Wintersemester 2005/06
Reimund Albers

Arithmetik als Prozess

12. Übung
vollständige Induktion

Präsenzübungen (für 30.1./31.1./1.2.)

1. Beweisen Sie mit vollständiger Induktion
   a. Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{k=1}^{n} k\left(k+1\right)\left(k+2\right) = \frac{1}{4} n\left(n+1\right)\left(n+2\right)\left(n+3\right)$
   b. Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $7 \mid 50^n + 6$

Hausübungen (Abgabe: Do, 2.2.)
(Dieses ist die letzte Übung, die bewertet wird und Punkte bringt.)

Beweisen Sie die nachfolgenden Aussagen immer mit vollständiger Induktion. Zu manchen Aussagen kann der Beweis auch anders geführt werden. Darüber sollten Sie auch kurz nachdenken, es ist hier aber nicht die wesentliche Anforderung.

2. Beweisen Sie mit vollständiger Induktion
   a. Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{i=0}^{n} 2^i = 2^{n+1} - 1$
   b. Für alle $m \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{k=1}^{m} \frac{1}{k\left(k+1\right)} = \frac{m}{m+1}$
   c. Für alle $a \in \mathbb{N}$ gilt: $3 \mid 2^{3a} - 5^a$
   d. Für alle $h \in \mathbb{N}$ gilt: $5 \mid 3^{2h} - 2^{2h}$

3. Beweisen Sie mit vollständiger Induktion
   a. Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $6 \mid n^3 - n$.
   b. Das Produkt von 4 aufeinander folgenden Zahlen ist durch 24 teilbar.

4. „*Wenn man eine Aussage beweist, dann ist es logisch unhaltbar, dass man die Aussage in dem Beweis verwendet. Das passiert aber bei der vollständigen Induktion. Daher ist die vollständige Induktion logisch betrachtet Unsinn.*“
   Was sagen Sie zu dieser Aussage? Wie können Sie sie entkräften?